§3: Die Wochentagsberechnung

Ziel ist es, den Wochentag zu einem beliebigen Datum (in der Vergangenheit oder Zukunft) zu bestimmen

Bspl: 1.1.2000 $\xrightarrow{\text{Formel}}$ Samstag.

Beschreibung der Formel:

Wir führen folgende Notationen ein.

d: Tagesdatum ($1 \leq d \leq 31$).

m: Monat gemäß folgender Tabelle.

Monat	März	Apr	Mai	Juni	Juli	Aug	Sept	Okt	Nov	Dez	Jan	Feb
m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\lfloor 2{,}6m-0{,}2 \rfloor$ mod 7	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4	0	3

[Für $x \in \mathbb{R}$ bezeichnet $\lfloor x \rfloor$ die größte ganze Zahl $\leq x$:

z.B: $\lfloor \pi \rfloor = 3$; $\lfloor 5 \rfloor = 5$; $\lfloor -10{,}2 \rfloor = -11$.]

y: Die beiden letzten Stellen der 4-stell. Jahreszahl (≤ 9999); bei den Monaten Januar und Februar die beiden letzten Stellen des Vorjahres (z.B: Dez. 1907 $\rightsquigarrow$ 7; Jan. 1907 $\rightsquigarrow$ 6; Feb. 1800 $\rightsquigarrow$ 99).

c: Die beiden ersten Stellen der 4-stell. Jahreszahl; bei den Monaten Januar und Februar die beiden ersten Stellen des Vorjahres (z.B: Dez. 1907 $\rightsquigarrow$ 19; Jan. 1907 $\rightsquigarrow$ 19; Feb. 1700 $\rightsquigarrow$ 16).

W: Wochentag gemäß folgender Tabelle:

Tag	Mon	Die	Mitt	Donn	Frei	Sam	Sonn
W	1	2	3	4	5	6	0

Die Formel lautet: $\boxed{W = (d + \lfloor 2{,}6m - 0{,}2 \rfloor + y + \lfloor y/4 \rfloor + \lfloor c/4 \rfloor - 2c) \bmod 7.}$

Beispiele:

a) 1.1.2000: $d = 1$; $m = 11$; $\lfloor 2{,}6m - 0{,}2 \rfloor \overset{\bmod 7}{=} 0$; $y = 99$; $c = 19$.

$W = 1 + 0 + 99 + 24 + 4 - 38 \equiv 1 + 1 + 3 + 4 - 3 = 6 \bmod 7$. $W = 6 \rightsquigarrow$ Samstag.

b) 17.7.1954: $d = 17$; $m = 5$; $\lfloor 2{,}6m - 0{,}2 \rfloor \overset{\bmod 7}{=} 5$; $y = 54$; $c = 19$.

$W = 17 + 5 + 54 + 13 + 4 - 38 \equiv 3 - 2 - 2 - 1 + 4 - 3 = -1 \equiv 6 \bmod 7$. $W = 6 \rightsquigarrow$ Samstag.

Herleitung der Formel:

Schritt 1: Formel, die nur für einen Monat gilt.

(1) $W = (d + K_1) \bmod 7$.

W ist dabei der gesuchte Wochentag, d das Tagesdatum ($1 \leq d \leq 31$).
K_1 ist ein Korrekturszummand, der für jeden Monat angibt, auf welchen Wochentag der Vormonat endete.

Bspl: 17 August 2007.

Juli 2007 endete mit einem Dienstag. Also $K_1 = 2$.

$W = 17 + 2 \equiv 5 \bmod 7$. Also fiel der 17.8.2007 auf einen Freitag.

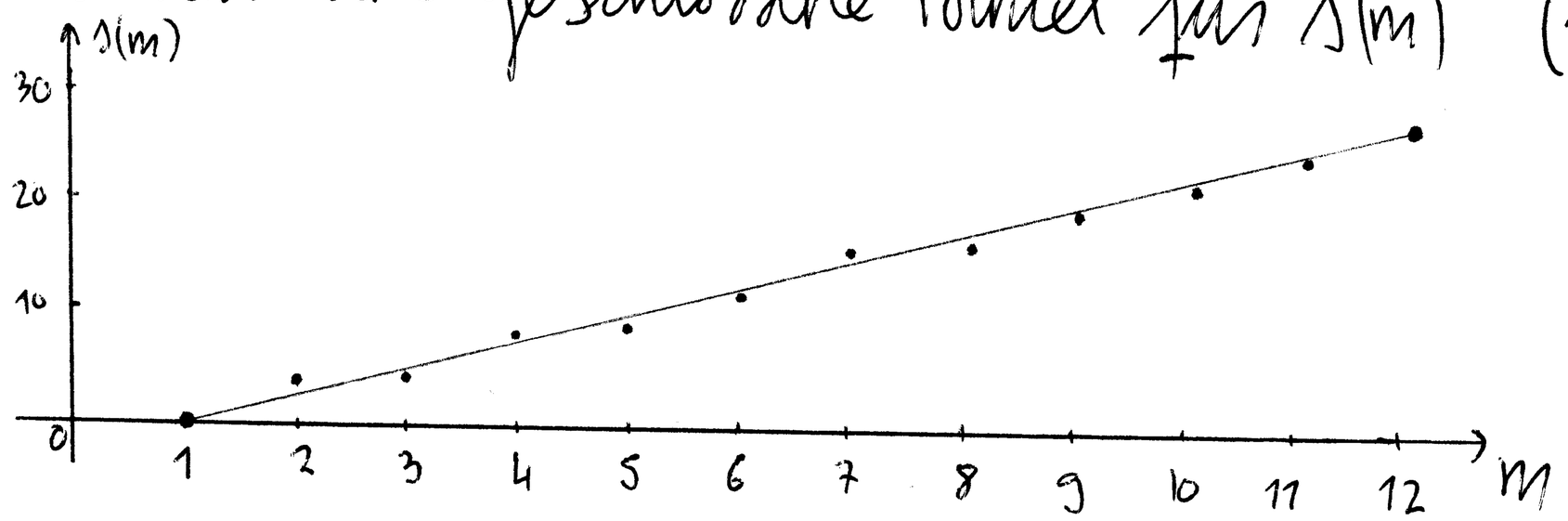
Schritt 2: Formel, die für ein ganzes Jahr gilt.

Sei K_2 der Korrektursummand, der den Wochentag vom Vortag des 1. März des betreffenden Jahres angibt.

m=1	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10	m=11	m=12
März	Apr	Mai	Juni	Juli	Aug	Sept	Okt	Nov	Dez	Jan	Feb
K_2+0	K_2+3	K_2+5	K_2+8	K_2+10	K_2+13	K_2+16	K_2+18	K_2+21	K_2+23	K_2+26	K_2+29
$s(1)$	$s(2)$	$s(3)$	$s(4)$	$s(5)$	$s(6)$	$s(7)$	$s(8)$	$s(9)$	$s(10)$	$s(11)$	$s(12)$

[Der Wochentag vom 31. März ist durch $K_2+31 = K_2+3 \bmod 7$ gegeben;
" " " 30. April " " $K_2+3+30 = K_2+3+2 = K_2+5$ gegeben...]

Wir möchten eine geschlossene Formel für $s(m)$ $(1 \leq m \leq 12)$



i) Die Steigung der Geraden durch $(1,0)$ und $(12,29)$ ist $\frac{29}{11} \cong 2{,}6$
$\Rightarrow s(m) \cong 2{,}6m - 2$.

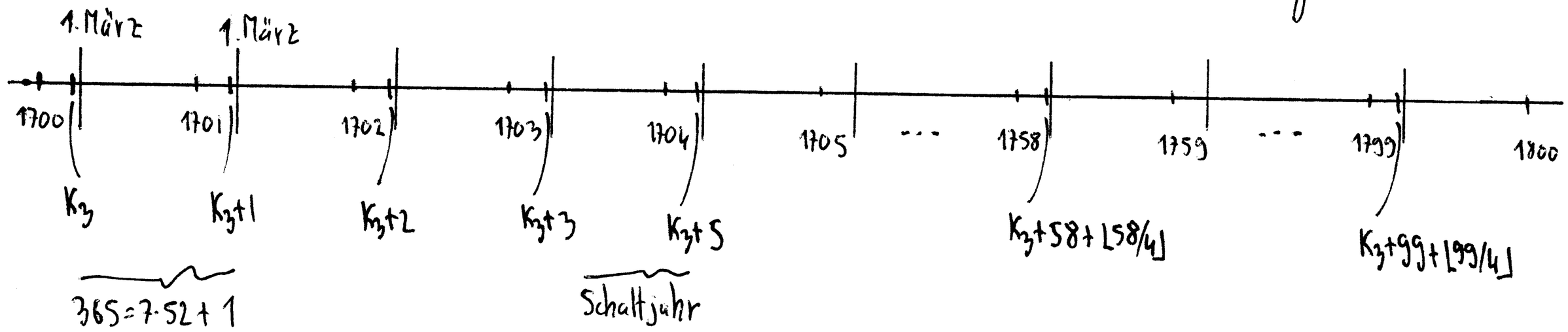
ii) $s(m) \in \mathbb{N} \Rightarrow s(m) \cong \lfloor 2{,}6m - 2 \rfloor = \lfloor 2{,}6m \rfloor - 2$
$\lfloor 2{,}6m \rfloor - 2$ liefert fast immer das korrekte Ergebnis, nur für $m=5$ und $m=10$ ist $\lfloor 2{,}6m \rfloor - 2$ um 1 größer.

iii) $s(m) = \lfloor 2{,}6m - 0{,}2 \rfloor - 2$ ist OK.

(2) $W = (d + \lfloor 2{,}6m - 0{,}2 \rfloor - 2 + K_2) \bmod 7$.
Diese Formel ist ein Jahr lang gültig ab dem 1. März.

Schritt 3: Formel, die für ein ganzes Jahrhundert gilt:

Sei K_3 der Korrekturzusammand, der den Wochentag vom Vortag des 1. März des betreffenden Jahrhunderts angibt.



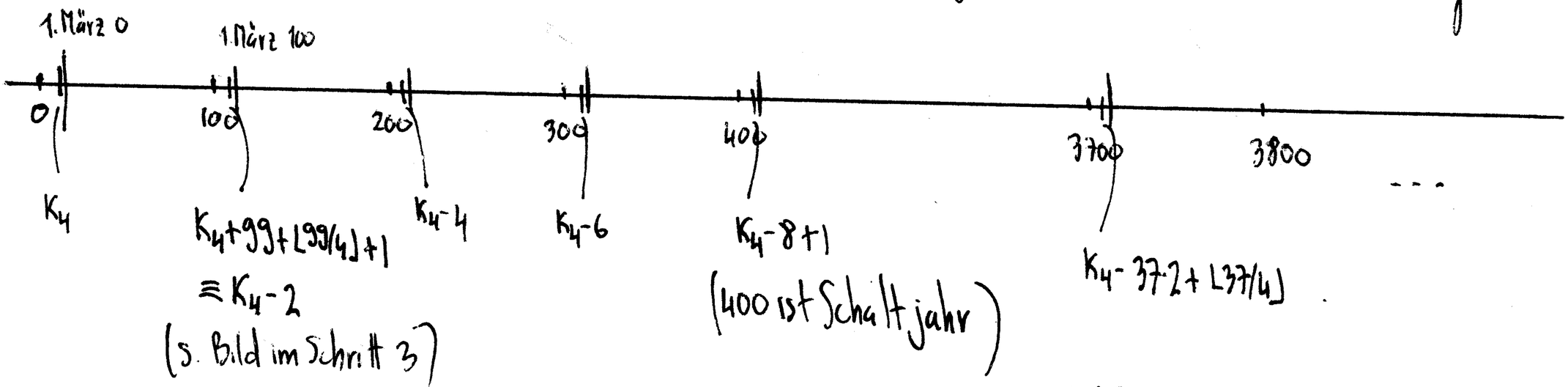
(3) $W = \left(d + \lfloor 2{,}6m - 0{,}2 \rfloor - 2 + y + \lfloor y/4 \rfloor + K_3\right) \bmod 7.$

Diese Formel ist ab dem 1. März **00 ein ganzes Jahrhundert gültig.

Schritt 4: Allgemeine Formel (gültig vom 1.3.0000 bis zum 31.12.9999)

[Die Jahre 0, 400, 800, 1200, ... sind Schaltjahre,
die " 100, 200, 300, 500, 600, 700, 900, ... sind keine Schaltjahre]

Sei K_4 die Zahl mod 7, die den Wochentag vom 29.2.0000 angibt.



(4) $W = \left(d + \lfloor 2{,}6m - 0{,}2 \rfloor - 2 + y + \lfloor y/4 \rfloor + \lfloor c/4 \rfloor - 2c + K_4\right) \bmod 7.$

Es bleibt nun K_4 zu bestimmen.

Wir betrachten (z.B) den heutigen Tag.